Оптимизация коэффициентов моделей турбулентности в задаче моделирования склонового потока с помощью алгоритмов машинного обучения и оптимизатора Globalizer.

Дарья Романова

Институт системного программирования им. В.П. Иванникова РАН, Москва
Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

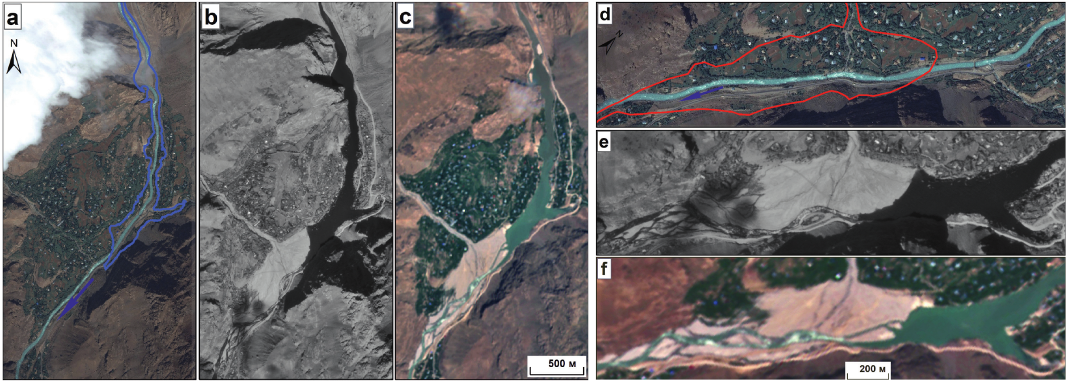
2021

План доклада

1. Актуальность физической проблемы
2. Научная проблема
3. Научная проблема: отклонение результатов численного моделирования и эксперимента
4. Математическая модель
5. Алгоритм уточнения турбулентной модели
6. Эксперимент для обучения
7. Эксперимент для тестирования обученного алгоритма
8. Эксперимент для итоговой валидации
9. Программное обеспечение
10. Результаты

Актуальность

Барсемская селевая катастрофа в июле 2015 года в Таджикистане (Докукин и др. 2019) привела к очень большим материальным убыткам.



Участок Барсемской селевой катастрофы на космических снимках: a, d — снимки со спутника WorldView-2 от 20.09.2012; b, e — снимки со спутника Канопус-В No 1 от 06.10.2015; c, f — снимки со спутника Sentinel-2A от 07.08.2018 (Докукин и др. 2019)

Научная проблема

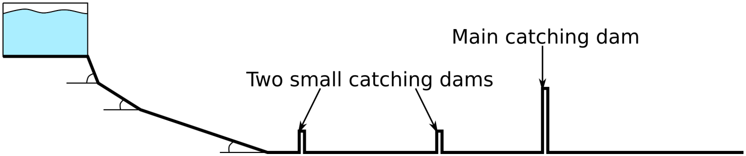
Сложность изучения потоков на склонах гор обусловлена их сложными физическими свойствами:

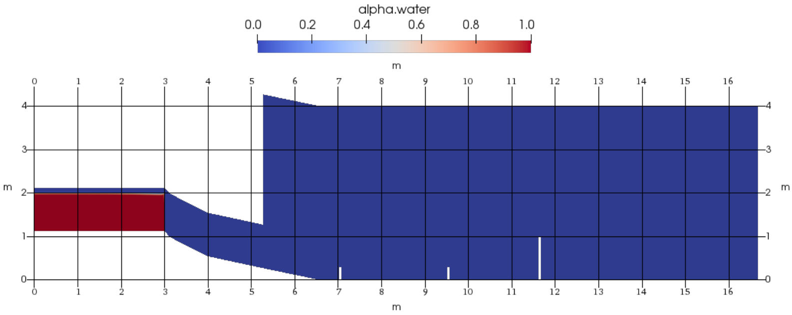
- материал потока представляет собой неньютоновскую среду, наилучшим образом описываемую реологическими соотношениями Хершеля-Балкли;
- потоки на склонах гор (снежные лавины, грязекаменные сели и др.) являются турбулентными потоками, для описания течения которых требуется калибровка существующих моделей турбулентности, таких, как $k - \varepsilon$ или $k - \omega\ SST$;
- важным свойством потоков на склонах является их способность разрушать подстилающий материал (склон) и вовлекать в движение дополнительную массу, увеличение массы потока в следствии этого процесса может достигать сотни процентов.

Научная проблема

Тестовый эксперимент

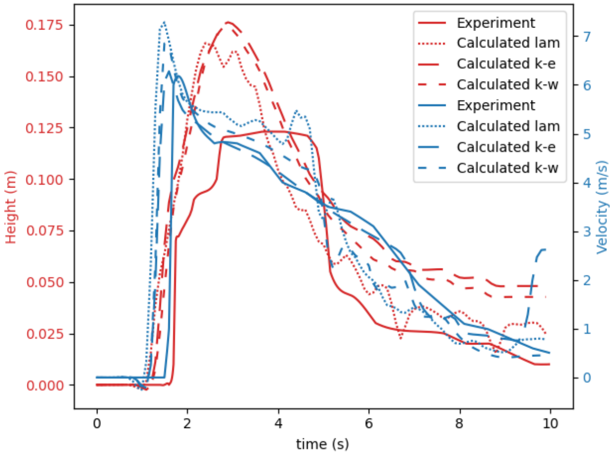
Моделируется эксперимент поставленный в Университете Исландии (Agustsdottir 2019; Jones 2019).





Научная проблема

Тестовый эксперимент без заграждений



Графики скорости (синий) и глубины потока (красный), замеренные на расстоянии 11.1 метра от начала установки. Показаны экспериментальные значения (Experiment), вычисленные при ламинарном режиме течения (Calculated lam), вычисленные с использованием $k-\varepsilon$ модели турбулентности (Calculated k-e) и вычисленные с использованием $k-\omega$ SST модели турбулентности (Calculated k-w).

Научная проблема

Валидационный эксперимент с тремя дамбами

Сравнение измеренных и рассчитанных параметров потока.

Параметр сравнения	Экспериментальные данные	Данные численного расчёта		
		Ламинарный режим	$k-\varepsilon$ модель турбулентности	$k-\omega$ SST модель турбулентности
Высота первого всплеска на основной дамбе	1.3 м	2.28 м	1.64 м	2.4 м
Время взаимодействия потока с основной дамбой	1.25 с	1.5 с	1.3 с	1.3 с
Объём, удержанный дамбой из 2.7 м^3	2.684 м^3	2.629 м^3	2.528 м^3	2.655 м^3

Математическая модель

Поток рассматривается как несжимаемое многофазное течение воздуха и материала потока (снег или грязекаменная смесь), обе фазы имеют единую скорость.

$$
\begin{cases}
\nabla \cdot \bar{\boldsymbol{u}} = 0, \\
\dfrac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\boldsymbol{u}} \alpha) = 0, \\
\dfrac{\partial (\rho \bar{\boldsymbol{u}})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\boldsymbol{u}} \bar{\boldsymbol{u}}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} + \rho \bar{\boldsymbol{f}}, \\
\dfrac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\boldsymbol{u}} k) = \widetilde{P}_k - \beta^* \rho k \omega + \nabla \cdot \left((\mu + \alpha_k \mu_t) \nabla k \right), \\
\dfrac{\partial (\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\boldsymbol{u}} \omega) = \gamma \rho \dot{s}^2 - \beta \rho \omega^2 + \nabla \cdot \left((\mu + \alpha_\omega \mu_t) \nabla \omega \right) + 2(1 - F_1) \rho \alpha_{\omega 2} \dfrac{1}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega.
\end{cases}
$$

Здесь $\boldsymbol{u}$ — скорость смеси; α — объёмная доля выбранной фазы; $\bar{\boldsymbol{\tau}} = 2\mu_{eff} \bar{\boldsymbol{s}}$ — тензор напряжений, выраженный через тензор скоростей деформации $\bar{\boldsymbol{s}} = 0.5 \left[\nabla \bar{\boldsymbol{u}} + (\nabla \bar{\boldsymbol{u}})^T \right]$ горизонтальной чертой над буквами обозначается осреднение по Рейнольдсу; $\mu_{eff} =$

$\mu + \mu_t$ — эффективный коэффициент вязкости, сумма молекулярной вязкости и турбулентной, последняя вычисляется по формуле $\mu_t = \rho a_1 k / \max(a_1 \omega,\ b_1 \dot{s} F_2)$; ρ — плотность смеси; $\bar{p}$ — давление; $\bar{\boldsymbol{f}}$ — плотность массовых сил; k — плотность турбулентной кинетической энергии; ω — скорость диссипации плотности турбулентной кинетической энергии; F_1 — функция перемешивания

$$F_1 = \tanh\left(\left(\min\left(\max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right), \frac{4\rho\alpha_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2}\right)\right)^4\right)$$

с $CD_{k\omega} = \max\left(2\rho\alpha_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\nabla k \cdot \nabla\omega,\ 10^{-10}\right)$ и y задаёт расстояние до ближайшей стены (F_1 равняется нулю вдалеке от стены и получается $k{-}\varepsilon$ модель, и переключается на единицу внутри пограничного слоя, реализуя $k - \omega$ модель); $\dot{s} = \sqrt{2\bar{\boldsymbol{s}} \cdot \bar{\boldsymbol{s}}}$ — скорость сдвига (инвариантная мера $\bar{\boldsymbol{s}}$); F_2 — вторая функция перемешивания

$$F_2 = \tanh\left(\left(\max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right)\right)^2\right).$$

Также используется ограничитель на нарастание турбулентности в режимах стагнации

$$\widetilde{P}_k = \min(P_k,\ 10 \cdot \beta^* \rho k \omega), \quad P_k = \mu_t \boldsymbol{\nabla} \bar{\boldsymbol{u}} \cdot \left[\boldsymbol{\nabla} \bar{\boldsymbol{u}} + (\boldsymbol{\nabla} \bar{\boldsymbol{u}})^T\right].$$

Все константы турбулентной модели рассчитываются по принципу весового среднего между константами $k - \varepsilon$ и $k - \omega$ моделей по принципу $\gamma = \gamma_1 F_1 + \gamma_2(1 - F_1)$ и т.д. В модели также заданы константами следующие величины $\beta^* = 0.09$, $\gamma_1 = 5/9$, $\beta_1 = 3/40$, $\alpha_{k1} = 0.85$, $\alpha_{\omega 1} = 0.5$, $\gamma_2 = 0.44$, $\beta_2 = 0.0828$, $\alpha_{k2} = 1$, $\alpha_{\omega 2} = 0.856$.
Объёмная доля фазы принимает значения в диапазоне $0 \leq \alpha \leq 1$. В случае, например, если $\alpha = 0$ в ячейке, то она полностью заполнена фазой 0, или, если $\alpha = 1$ в ячейке, то она полностью заполнена фазой 1.
Две несжимаемые и несмешиваемые фазы представлены в вычислительной области некоторой смесью с физическими характеристиками, посчитанными по принципу весового среднего (8), (8):

$$\rho = \rho_1 \alpha + \rho_0 (1 - \alpha),$$

$$\mu = \nu\rho, \quad \nu = \nu_1\alpha + \nu_0(1-\alpha),$$

где ρ_0 и ν_0, ρ_1 и ν_1 — плотность и эффективный кинематический коэффициент вязкости каждой из фаз, соответственно.

При моделировании потоков на склонах вязкость материала склонового потока (снега, грязекаменной или водоснежной смеси) не является константой, а зависит от скорости сдвига $\dot{s}$:

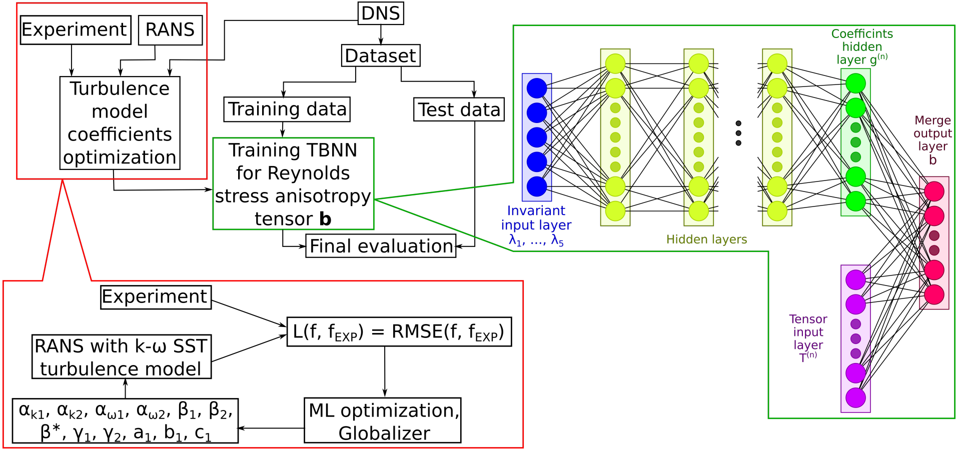
$$\nu_1 = \nu_1(\dot{s}) = \min(\nu_{ref}, \frac{\tau_{ref}}{\dot{s}} + K\dot{s}^{n-1}).$$

В последнем выражении предполагается, что фаза, представляющая материал склонового потока, рассматривается как жидкость Хершеля-Балкли. Здесь K — коэффициент консистенции, τ_{ref} — предел текучести.

Более детальное описание математической модели можно найти в книге Ферцигера и Перича (Ferziger и Peric 2002).

Алгоритм уточнения турбулентной модели

Уточнение турбулентной модели для потока со свободной поверхностью неньютоновской жидкости под действием силы тяжести производится в соответствии со следующим алгоритмом



Калибровка коэффициентов

При оптимизации коэффициентов турбулентной модели минимизируется корень из среднеквадратического отклонения вычисленного профиля скорости потока на выходной плоскости от экспериментального профиля:

$$\boldsymbol{L_{RMSE}} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{z=0}^{h} \left(v_{EXP}(z) - v_{k-\omega\ SST}(z)\right)^2}{h}},$$

где h — глубина потока на выходной плоскости.

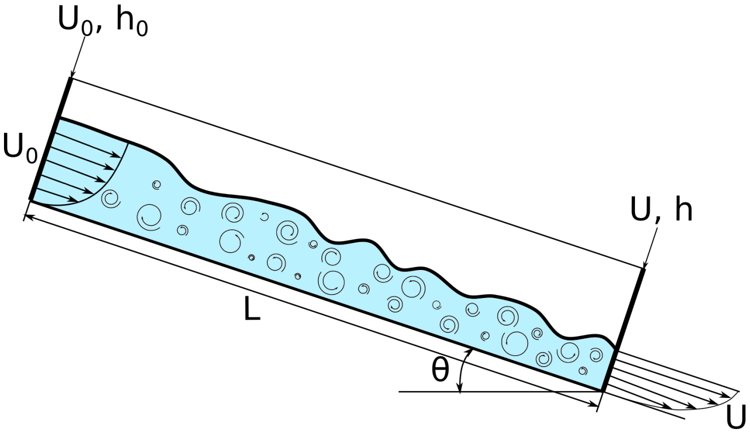
Globalizer

Для минимизации используется метод **Нелдера–Мида** (метод безусловной оптимизации функции от нескольких переменных, не использующий градиентов), реализованный в библиотеке SciPy — основанной на Python экосистеме программного обеспечения с открытым исходным кодом.

Эксперимент для обучения

Эксперимент НИИ Механики МГУ

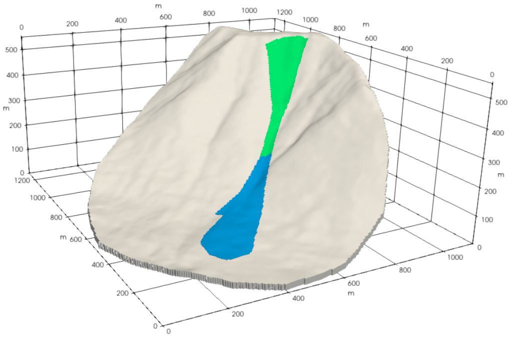
Для калибровки коэффициентов турбулентной модели в помощью методов машинного обучения используется эксперимент, поставленный в НИИ Механики МГУ.



unicfd

Эксперимент для итоговой валидации

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



Цифровая модель рельефа 22-ого лавинного очага с точками замера параметров потока и зонами зарождения лавины (голубой) и лавинных отложений (зелёный).

Фото 22-ого лавинного очага на горе Юкспор (Хибины). Лаборатория снежных лавин и селей географического факультета МГУ.

Программное обеспечение

Используется свободно распространяемое программное обеспечение с открытым исходным кодом **OpenFOAM**, обладающее следующим рядом преимуществ:

- возможность имплементации новых моделей,
- хорошая задокументированность,
- модульное устройство кода,
- широкое распространение, многочисленность разработчиков и пользователей.

Используется односкоростной многофазный подход, реализованный в решателе **interFoam**.

Значения коэффициентов до калибровки:

$$\alpha_{k1} = 0.85; \quad \alpha_{k2} = 1.0; \quad \alpha_{\omega 1} = 0.5; \quad \alpha_{\omega 2} = 0.856; \quad \beta_1 = 0.075; \quad \beta_2 = 0.0828;$$

$$\beta^* = 0.09; \quad \gamma_1 = 5/9; \quad \gamma_2 = 0.44; \quad a_1 = 0.31; \quad b_1 = 1.0; \quad c_1 = 10.0.$$

После калибровки значения коэффициентов приняли следующие значения:

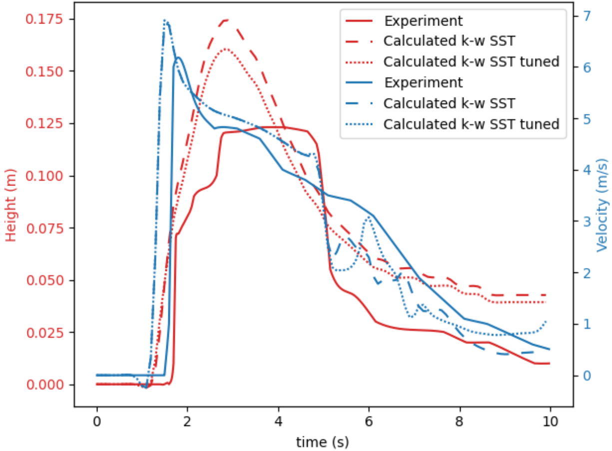
$$\alpha_{k1} = 0.89249997; \quad \alpha_{k2} = 0.99999996; \quad \alpha_{\omega 1} = 0.5; \quad \alpha_{\omega 2} = 0.85600001;$$

$$\beta_1 = 0.075; \quad \beta_2 = 0.0828; \quad \beta^* = 0.09; \quad \gamma_1 = 0.55555562; \quad \gamma_2 = 0.44000001;$$

$$a_1 = 0.31; \quad b_1 = 0.99999999; \quad c_1 = 10.00000019.$$

Результаты

Валидационный эксперимент без заграждений



Графики скорости (синий) и глубины потока (красный), замеренные на расстоянии 11.1 метра от начала установки. Показаны экспериментальные значения (Experiment), вычисленные с использованием $k - \omega\ SST$ модели турбулентности (Calculated $k - \omega\ SST$) с исходными коэффициентами и вычисленные с использованием $k - \omega\ SST$ модели турбулентности (Calculated $k - \omega\ SST$ tuned) с оптимизированными коэффициентами.

Результаты

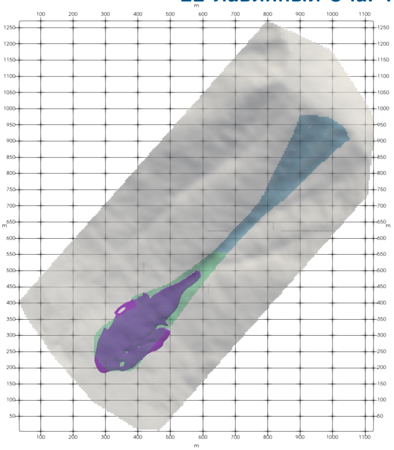
Валидационный эксперимент с тремя дамбами

Сравнение измеренных и рассчитанных параметров потока.

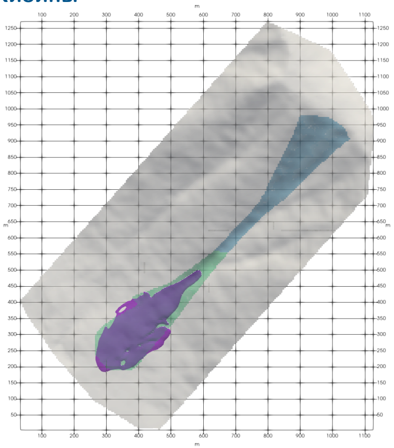
Параметр сравнения	Экспериментальные данные	Данные численного расчёта	
		$k-\omega$ SST модель турбулентности со стандартными коэффициентами	$k-\omega$ SST модель турбулентности с откалиброванными коэффициентами
Высота первого всплеска на основной дамбе	1.3 м	2.4 м	1.39 м
Время взаимодействия потока с основной дамбой	1.25 с	1.3 с	1.5 с
Объём, удержанный дамбой из 2.7 м^3	2.684 м^3	2.655 м^3	2.60445 м^3

Результаты

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



Расчёт с использованием $k-\omega$ SST модели турбулентности с исходными коэффициентами



Расчёт с использованием $k-\omega$ SST модели турбулентности с откалиброванными коэффициентами

Для более точного описания турбулентных напряжений анизотропный тензор напряжений Рейнольдса $\boldsymbol{b}$ будет представлен функцией 10 базисных тензоров $T^{(i)}$ и 5 инвариантов λ_i:

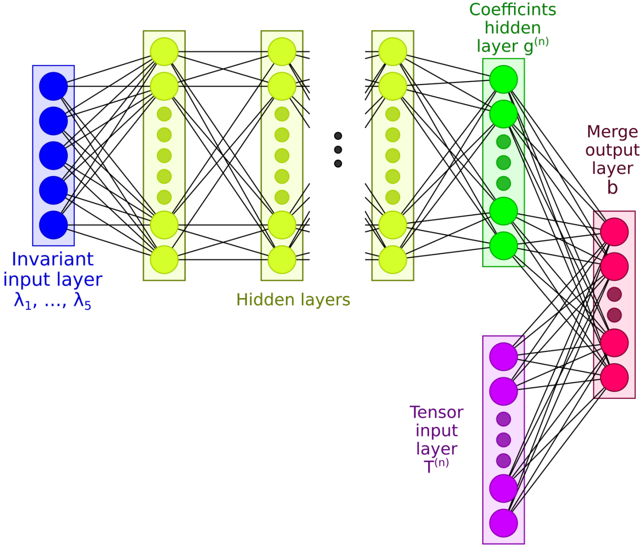
$$\boldsymbol{b} = \sum_{n=1}^{10} g^{(n)}(\lambda_1, ..., \lambda_5)\,\boldsymbol{T}^{(n)}.$$

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{T}^{(1)} &= \bar{\boldsymbol{s}}, & \boldsymbol{T}^{(6)} &= \bar{\boldsymbol{r}}^2\bar{\boldsymbol{s}} + \bar{\boldsymbol{s}}\bar{\boldsymbol{r}}^2 - \frac{2}{3}\boldsymbol{I}\cdot Tr(\bar{\boldsymbol{s}}\bar{\boldsymbol{r}}^2),\\
\boldsymbol{T}^{(2)} &= \bar{\boldsymbol{s}}\bar{\boldsymbol{r}} - \bar{\boldsymbol{r}}\bar{\boldsymbol{s}}, & \boldsymbol{T}^{(7)} &= \bar{\boldsymbol{r}}\bar{\boldsymbol{s}}\bar{\boldsymbol{r}}^2 - \bar{\boldsymbol{r}}^2\bar{\boldsymbol{s}}\bar{\boldsymbol{r}},\\
\boldsymbol{T}^{(3)} &= \bar{\boldsymbol{s}}^2 - \frac{1}{3}\boldsymbol{I}\cdot Tr(\bar{\boldsymbol{s}}^2), & \boldsymbol{T}^{(8)} &= \bar{\boldsymbol{s}}\bar{\boldsymbol{r}}\bar{\boldsymbol{s}}^2 - \bar{\boldsymbol{s}}^2\bar{\boldsymbol{r}}\bar{\boldsymbol{s}},\\
\boldsymbol{T}^{(4)} &= \bar{\boldsymbol{r}}^2 - \frac{1}{3}\boldsymbol{I}\cdot Tr(\bar{\boldsymbol{r}}^2), & \boldsymbol{T}^{(9)} &= \bar{\boldsymbol{r}}^2\bar{\boldsymbol{s}}^2 + \bar{\boldsymbol{s}}^2\bar{\boldsymbol{r}}^2 - \frac{2}{3}\boldsymbol{I}\cdot Tr(\bar{\boldsymbol{s}}^2\bar{\boldsymbol{r}}^2),\\
\boldsymbol{T}^{(5)} &= \bar{\boldsymbol{r}}\bar{\boldsymbol{s}}^2 - \bar{\boldsymbol{s}}^2\bar{\boldsymbol{r}}, & \boldsymbol{T}^{(10)} &= \bar{\boldsymbol{r}}\bar{\boldsymbol{s}}^2\bar{\boldsymbol{r}}^2 - \bar{\boldsymbol{r}}^2\bar{\boldsymbol{s}}^2\bar{\boldsymbol{r}},
\end{aligned}$$

$$\lambda_1 = Tr(\bar{\boldsymbol{s}}^2),\quad \lambda_2 = Tr(\bar{\boldsymbol{r}}^2),\quad \lambda_3 = Tr(\bar{\boldsymbol{s}}^3),\quad \lambda_4 = Tr(\bar{\boldsymbol{r}}^2\bar{\boldsymbol{s}}),\quad \lambda_5 = Tr(\bar{\boldsymbol{r}}^2\bar{\boldsymbol{s}}^2).$$

TBNN

Архитектура используемой нейронной сети



Bibliography

Agustsdottir, Katrin Helga (май 2019). “The design of slushflow barriers: Laboratory experiments”. дис. . . . док. Haskolaprent, Falkagata 2, 107 Reykjavik, Iceland: Faculty of Industrial Eng., Mechanical Eng., и Computer Science, University of Iceland.

Ferziger, Joel и Milovan Peric (янв. 2002). *Computational Methods for Fluid Dynamics*. т. 3. DOI: 10.1007/978-3-642-56026-2.

Jones, Rebecca Anne (окт. 2019). “The Design of Slushflow Barriers:CFD Simulations”. дис. . . . док. Haskolaprent, Falkagata 2, 107 Reykjavik, Iceland: Faculty of Industrial Eng., Mechanical Eng., и Computer Science, University of Iceland.

Докукин, Михаил Дмитриевич и др. (2019). “Барсемская селевая катастрофа на Памире в 2015 году и ее аналоги на Центральном Кавказе”. в: *Георнск* 13.1, с. 26—36. ISSN: 1997-8669.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!