



НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО

**ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ
Суперкомпьютерные вычисления для интеллектуального глобального
поиска в задачах выбора наилучших решений большой
вычислительной сложности**



Гергель В.П., Баркалов К.А.



Содержание

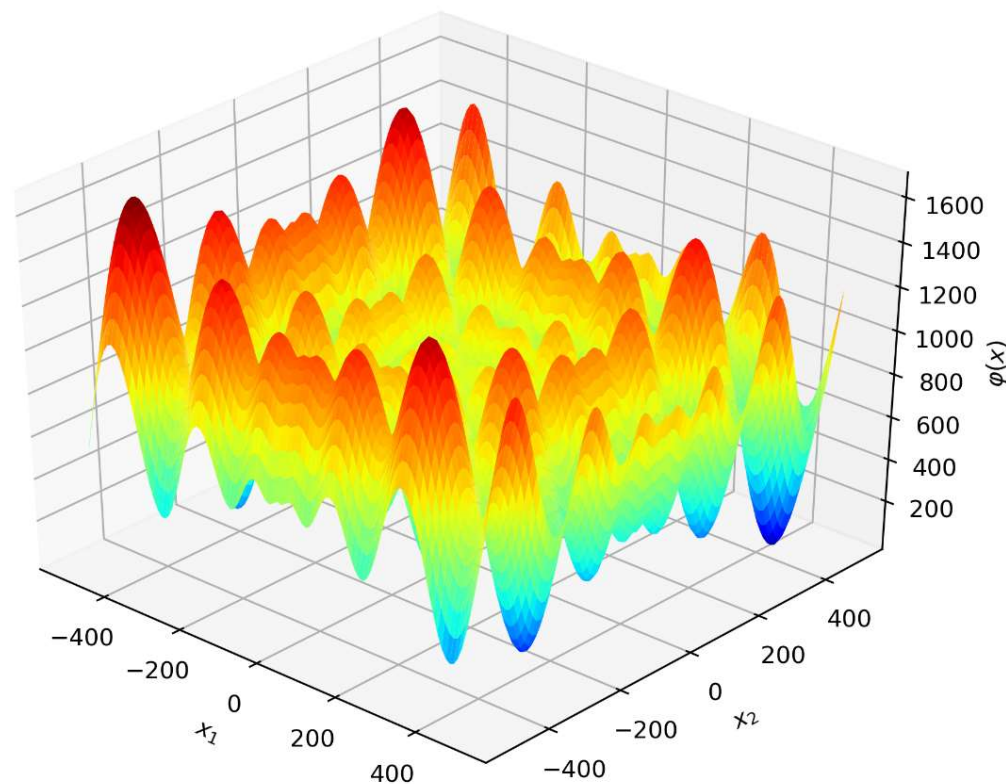
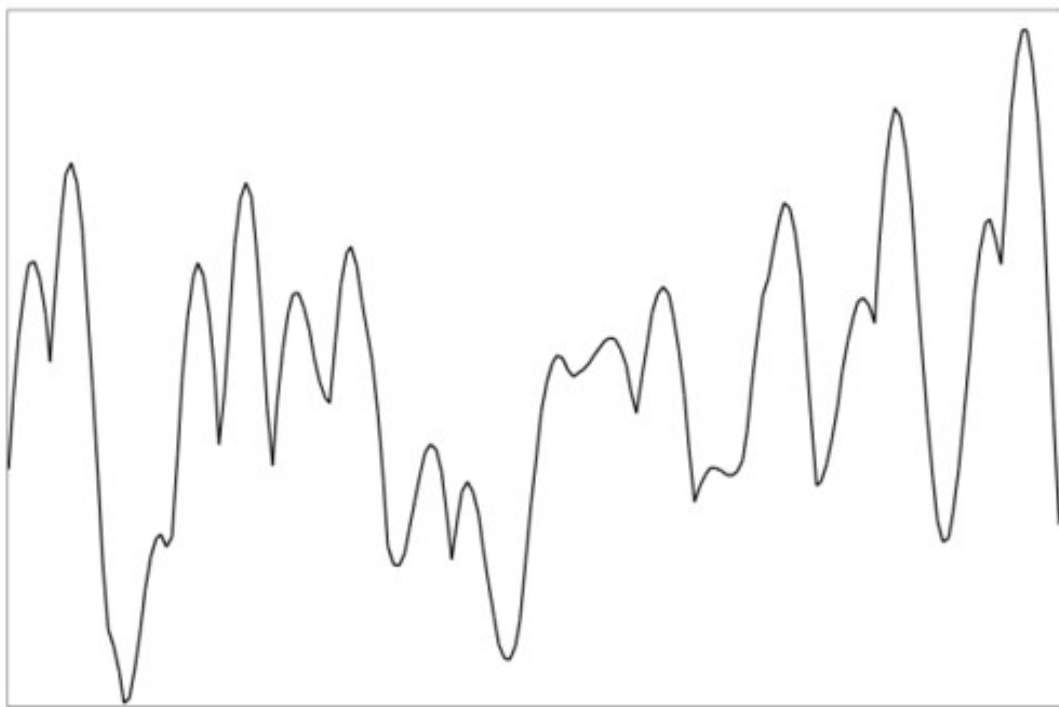
- ❑ Адаптивный глобальный поиск
- ❑ Задачи многокритериальной оптимизации
- ❑ Возможные направления синергии ГО и ИИ
- ❑ Редукция размерности – сведение многомерных задач к одномерным
- ❑ Новый подход к задаче поиска ближайших соседей



Задачи глобальной оптимизации

□ Постановка задачи глобальной оптимизации:

$$\varphi(y) \rightarrow \min, \quad y \in D$$
$$D = \{y \in R^N: a_i \leq y_i \leq b_i, 1 \leq i \leq n\}$$



Задачи аппроксимации (настройка параметров модели)

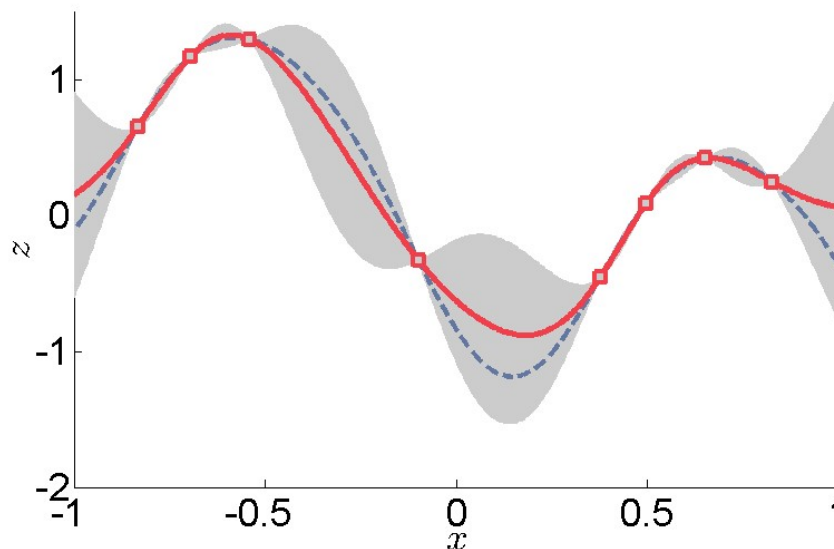
□ Экспериментальные данные:

$$\mathcal{P} = \{(p_i, z_i) : 1 \leq i \leq m\}$$

□ Модель: $\varphi_{mod}(y, p)$

□ Критерий качества модели (средне-квадратичная ошибка)

$$\varphi(y, p) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\varphi_{mod}(y, p_i) - z_i)^2$$



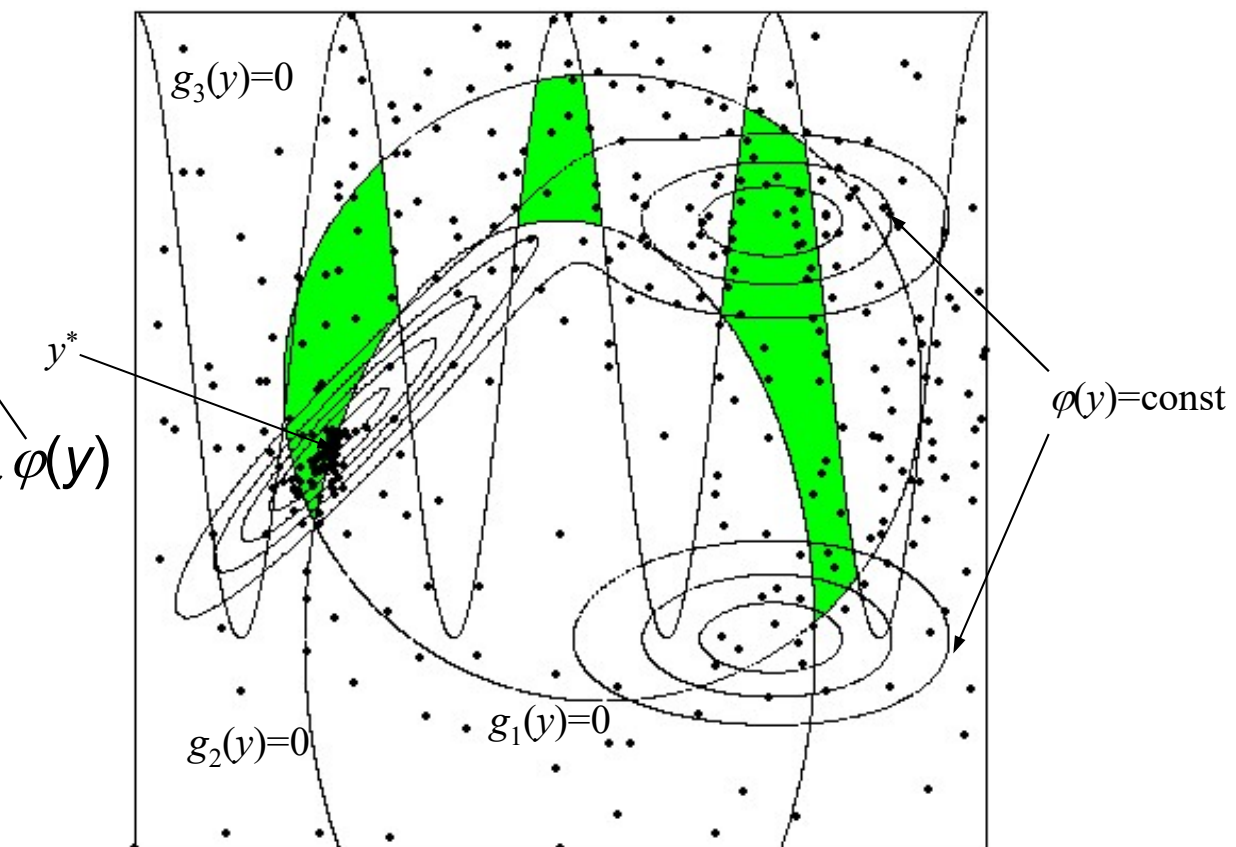
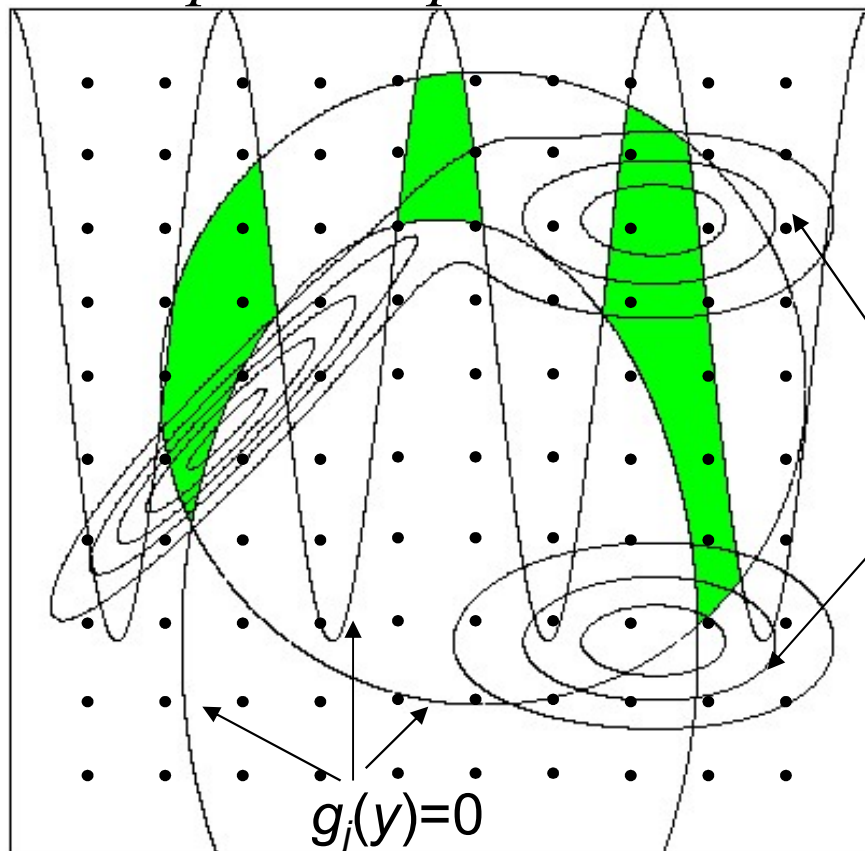
Актуальность и сложность задач глобальной оптимизации

- ❑ Оптимизация является необходимой при решении практически всех научно-технических работ,
- ❑ Вычислительная сложность $T = mk^N$,
 - m – количество операций для вычисление одного значения оптимизируемой функции,
 - k - количество итераций при решении одномерной задачи,
 - N - размерность задачи глобальной оптимизации.
- ❑ Например, $m=10^3$, $k=10$, $N=20 \Rightarrow T=10^{23}$, что требует порядка суток вычислений на суперкомпьютере экзафлопского уровня производительности.



Адаптивный глобальный поиск...

- ❑ Количество узлов равномерной сетки увеличивается экспоненциально с увеличением размерности задачи
- ❑ Сетка в области параметров должна быть *адаптивной* и *неравномерной*

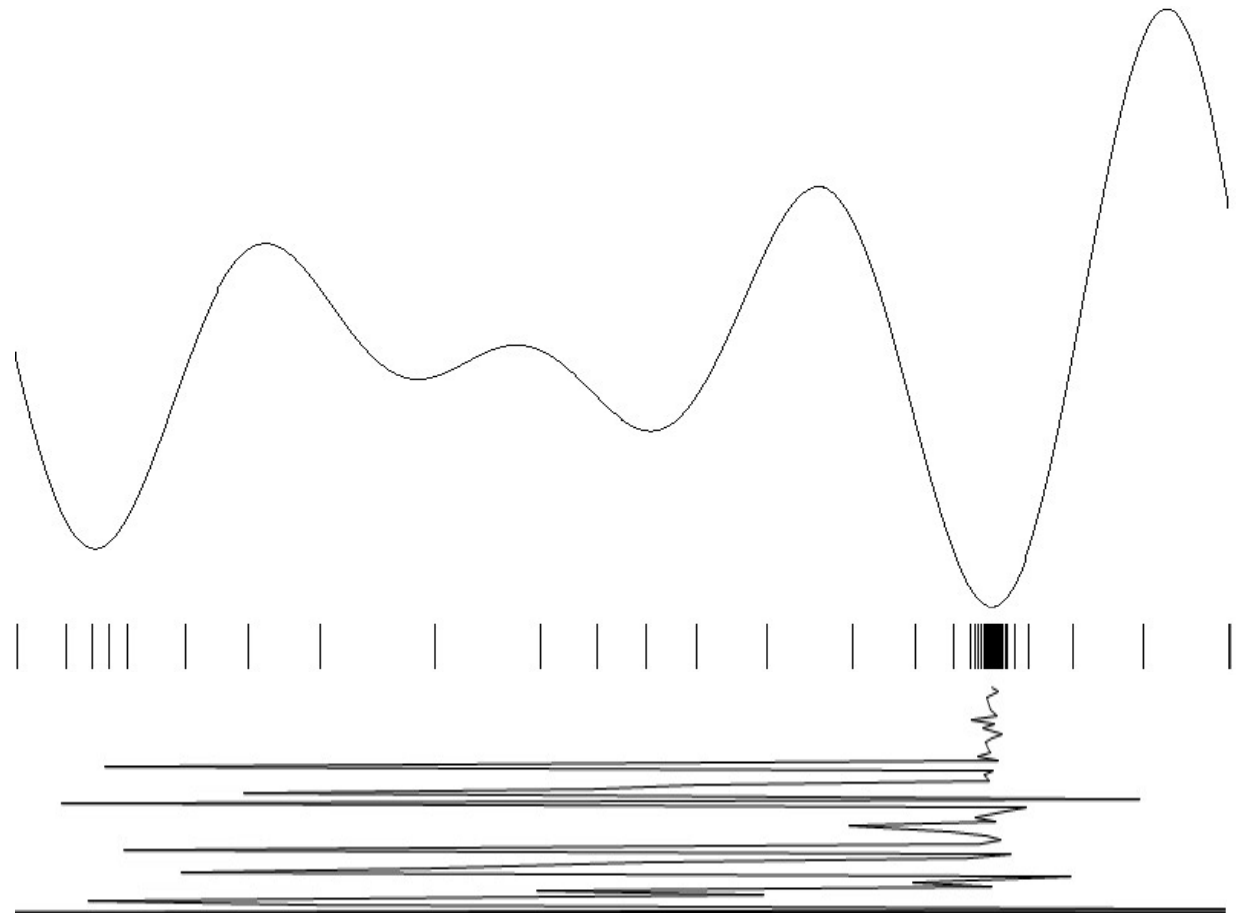


Адаптивный глобальный поиск

$$\varphi(x) = (2x - 1.4)\sin(18x),$$
$$x \in [0, 1.2]$$

Точность $\varepsilon = 10^{-3}$.

Число испытаний $K = 49$.

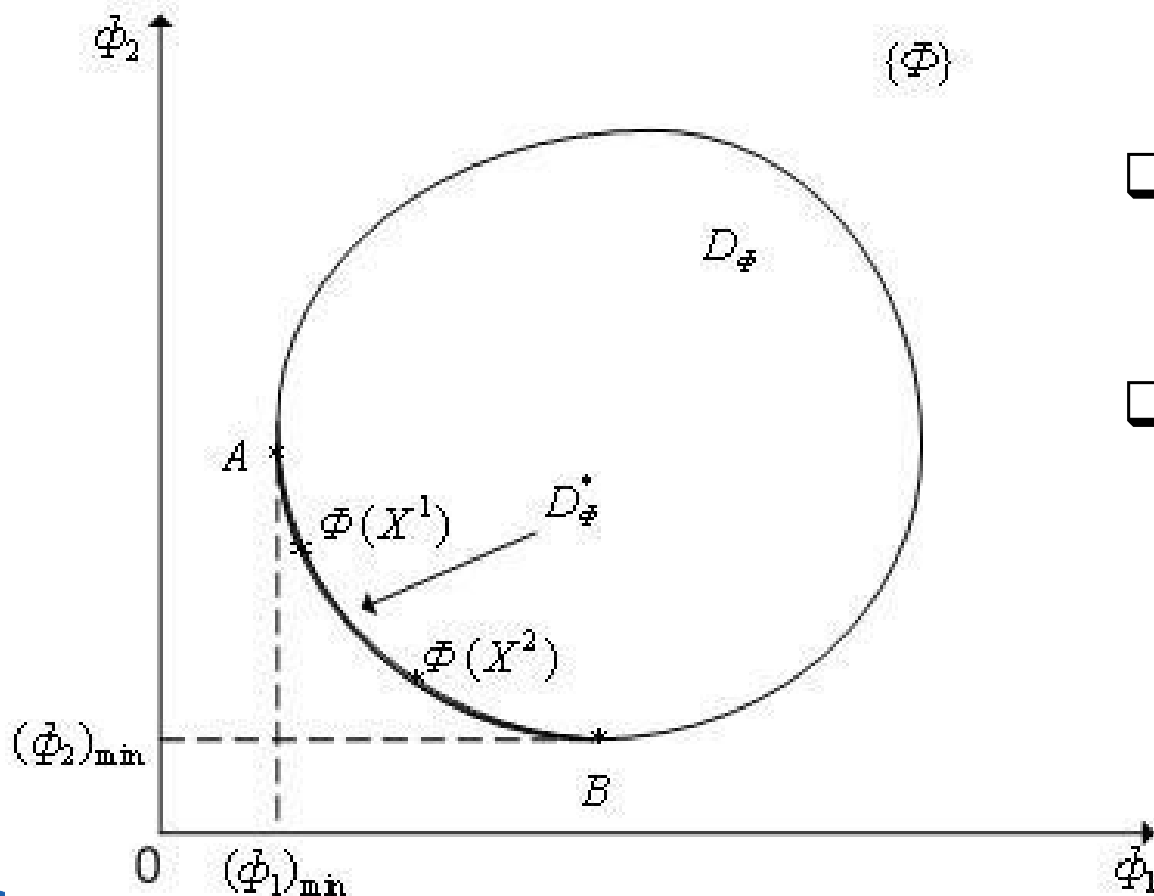


Разработка более эффективных методов построения адаптивных покрытий области поиска глобально-оптимальных решений

Задачи многокритериальной оптимизации (МКО)...

В более сложном случае при выборе решений необходимо учитывать несколько *критериев эффективности*:

$$\varphi(y) = \{\varphi_1(y), \varphi_2(y), \dots, \varphi_n(y)\} \rightarrow \min, \quad y \in D$$



- ❑ Критерии эффективности, как правило, являются *противоречивыми*
- ❑ Множество *эффективных* (неулучшаемых) решений (**множество Парето**)

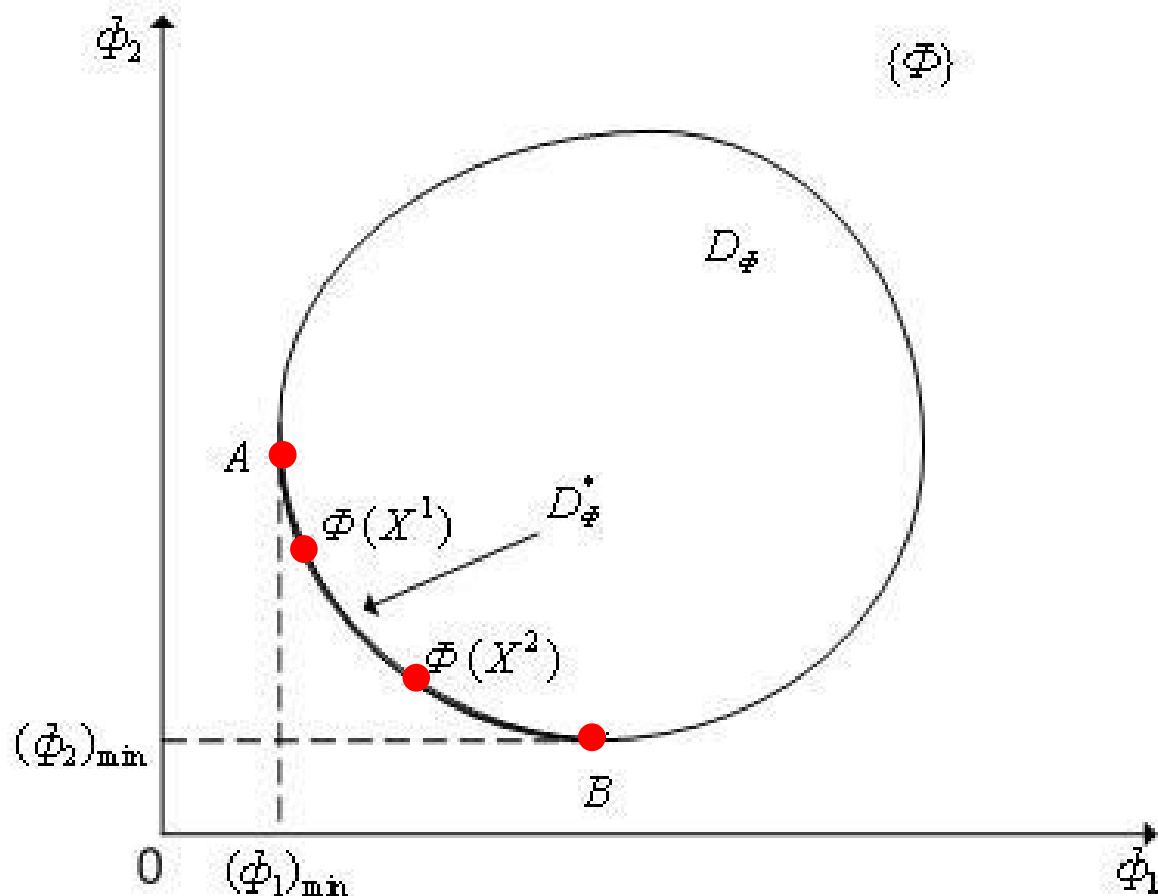
Задачи многокритериальной оптимизации (МКО)...

Подход: скаляризация векторного критерия

Минимаксная свертка (свертка Гермейера)

$$F_{\lambda}(y) = \max\{\lambda_i \varphi_i(y) : i = \overline{1, n}\}, \quad \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Решение серии скалярных задач с разными наборами параметров свертки λ .

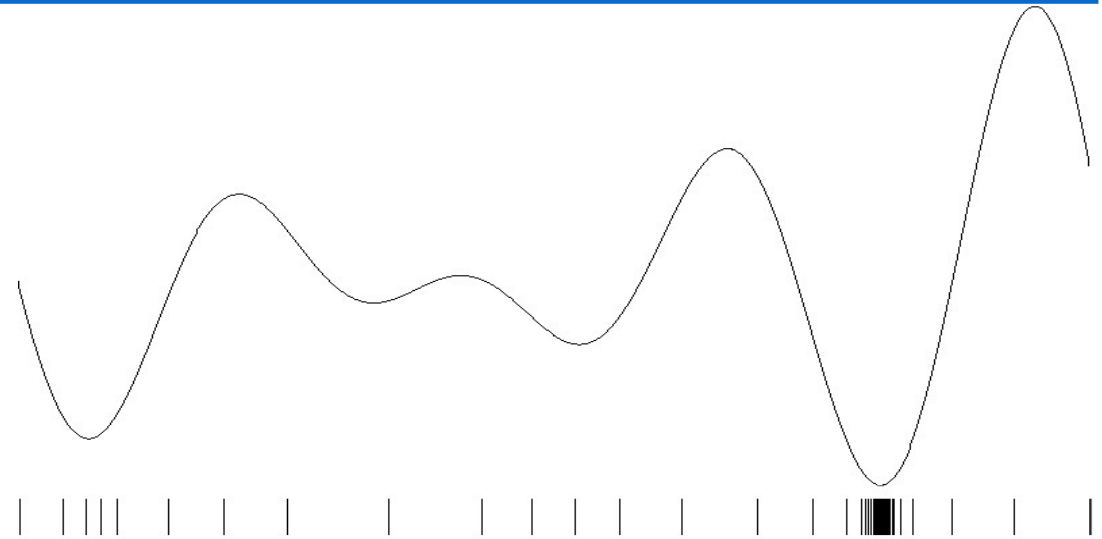


$$F_{\lambda}(y) \rightarrow \min, \quad y \in D$$

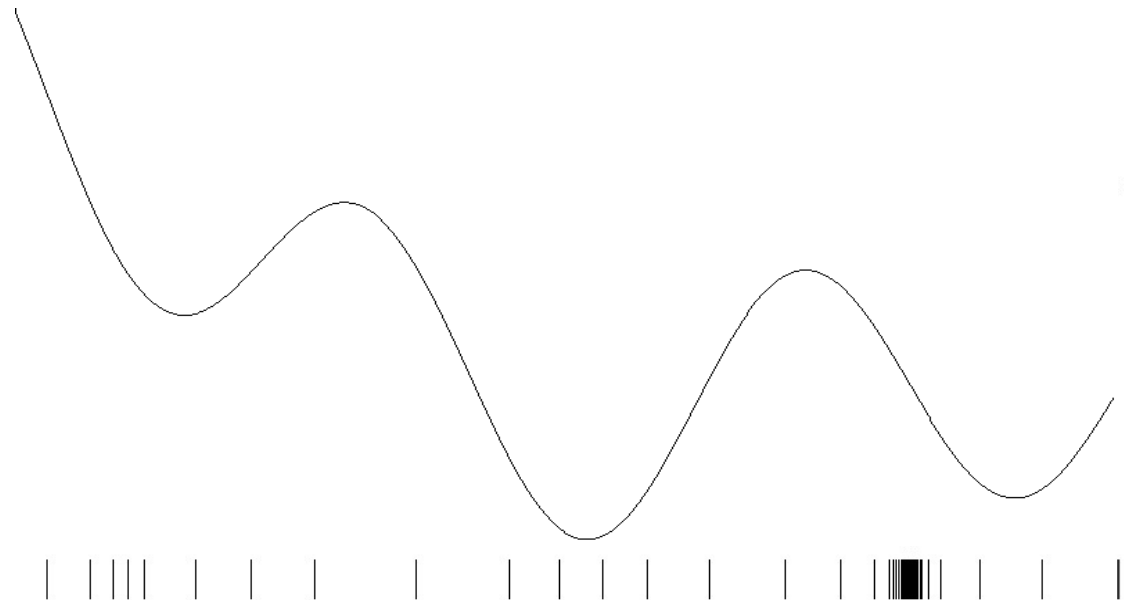
Задачи многокритериальной оптимизации (МКО)

Многokратное
использование
поисковой
информации

Свертка, λ_1



Свертка, λ_2



Синергия ГО и ИИ: Направление 2

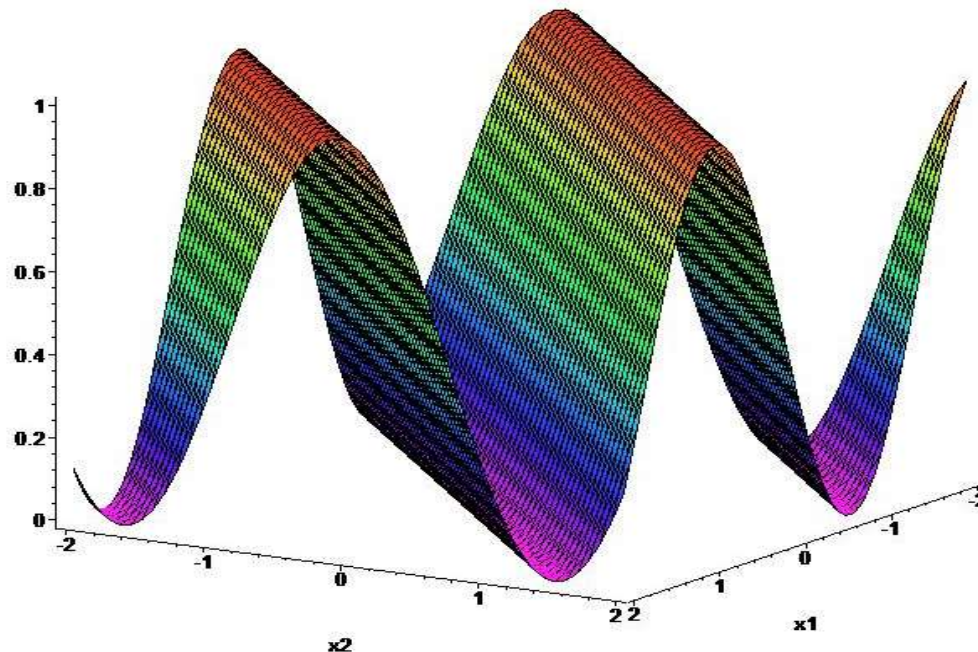
Целенаправленные способы выбора коэффициентов
свертки критериев эффективности



Синергия ГО и ИИ: Направление 3

Снижение размерности задачи:

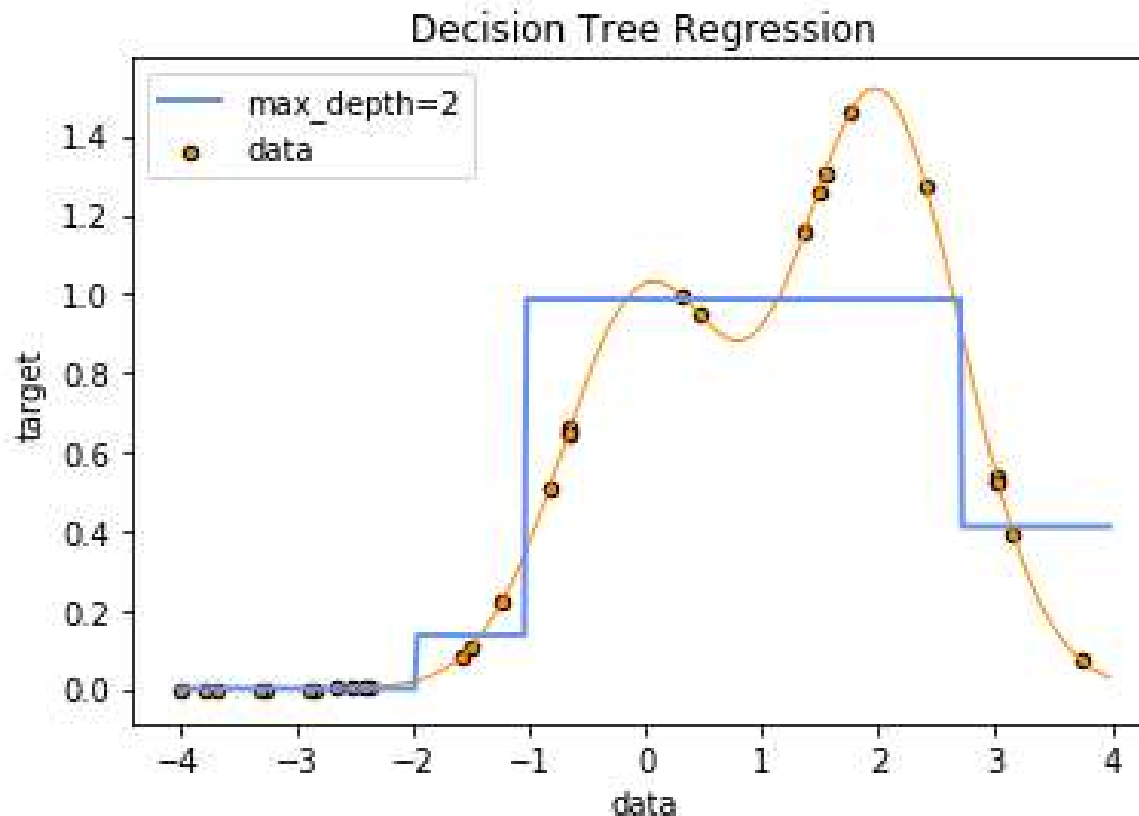
- ❑ Накопление поисковой информации
- ❑ Выделение «важных»/«неважных» параметров, «локальных»/«глобальных» параметров
- ❑ Снижение размерности – использование алгоритмов локального поиска для части параметров.



Синергия ГО и ИИ: Направление 4

Разделение области поиска:

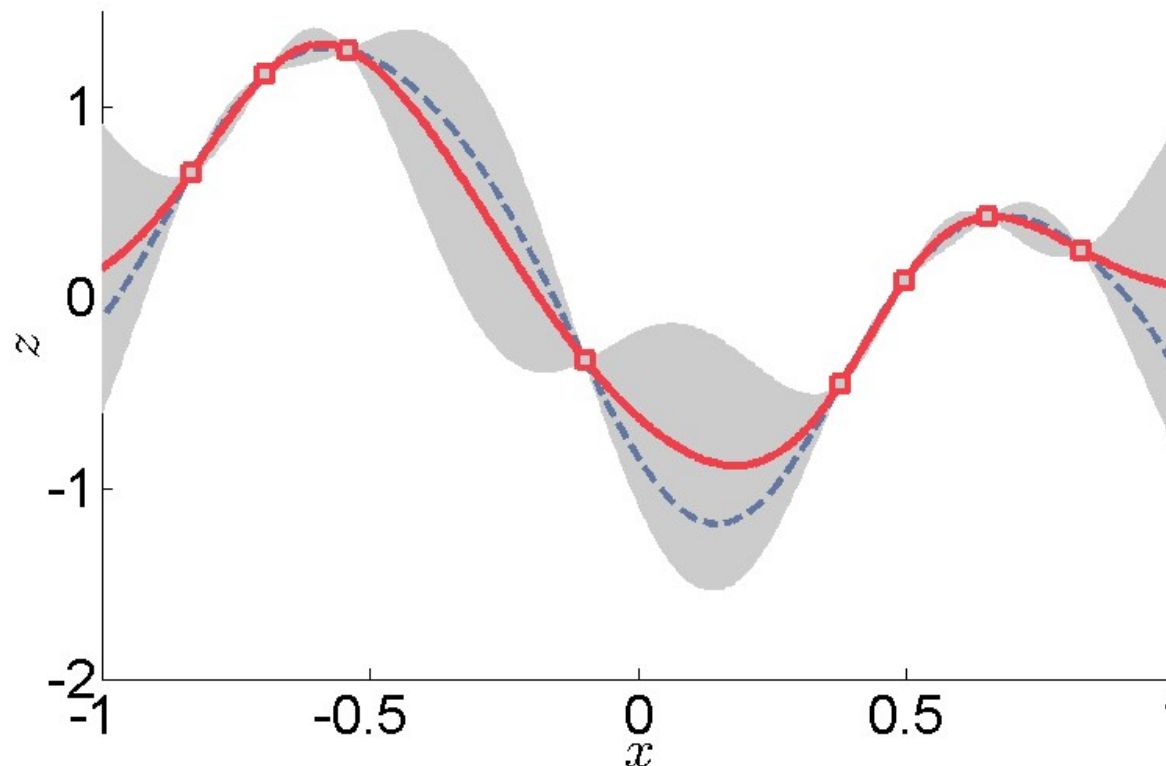
- ❑ Накопление поисковой информации
- ❑ Выделение подобластей с разным поведением функции
- ❑ В выделенных подобластях применяются разные алгоритмы



Синергия ГО и ИИ: Направление 5

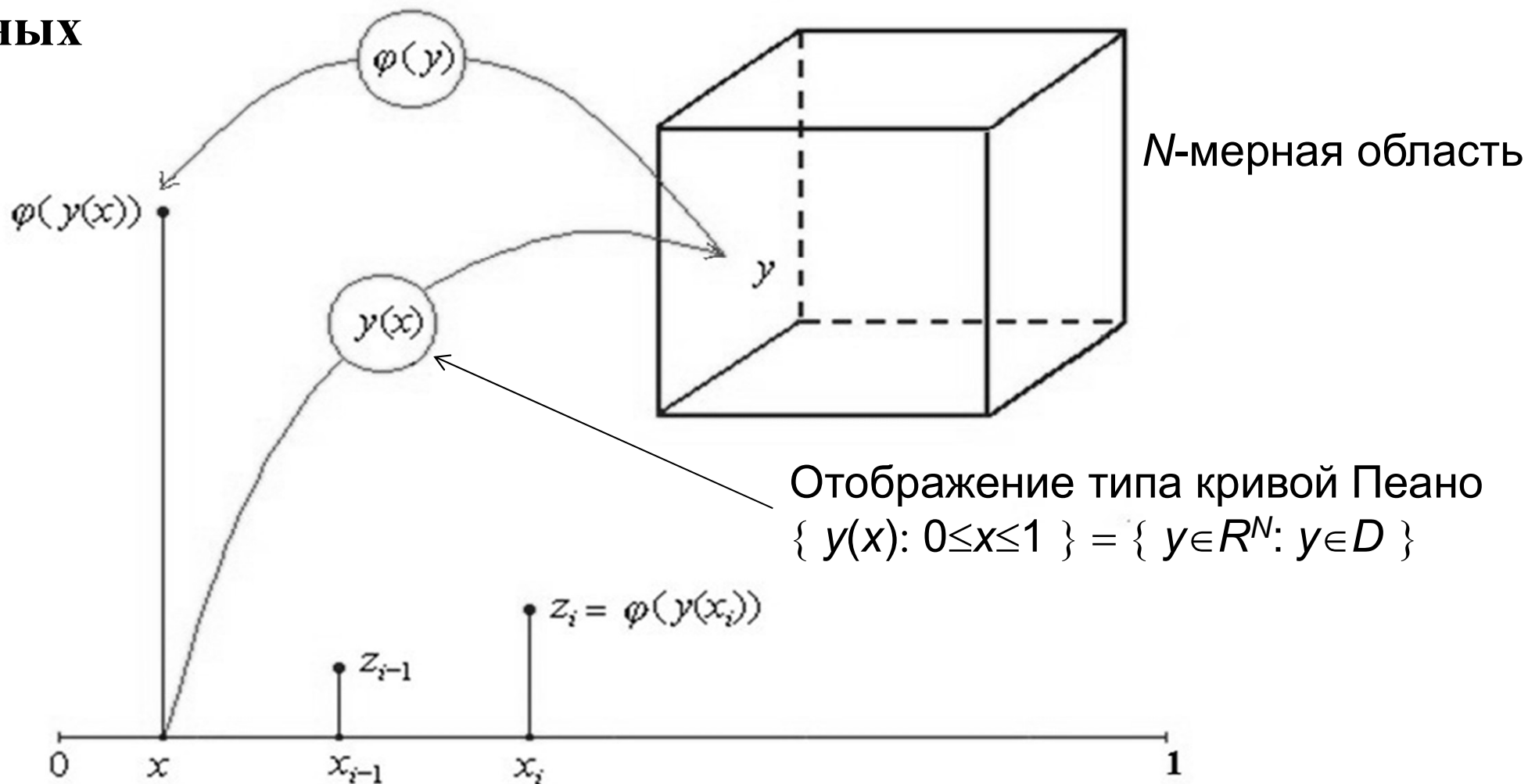
Подбор параметров модели функции

- ❑ Накопление поисковой информации
- ❑ Строится модель функции (по накопленной информации)
- ❑ Дальнейший глобальный поиск выполняется на модели



Редукция размерности...

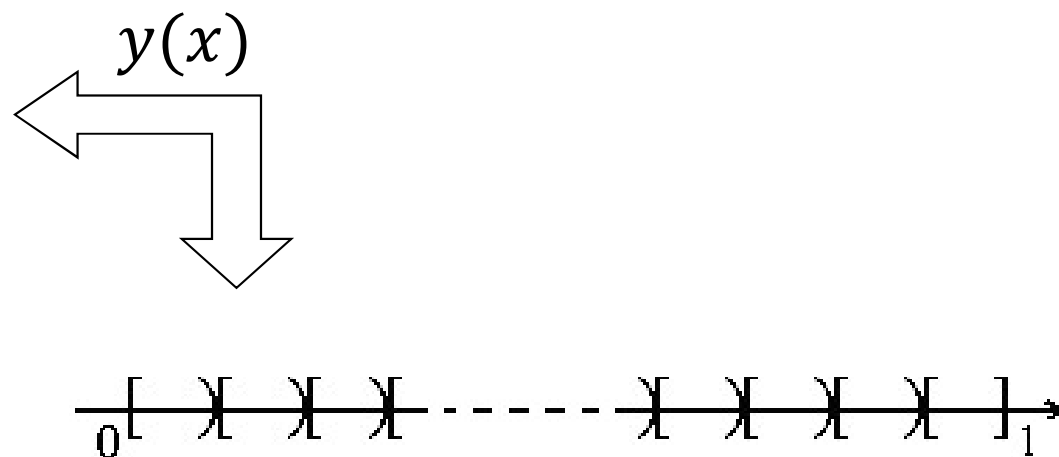
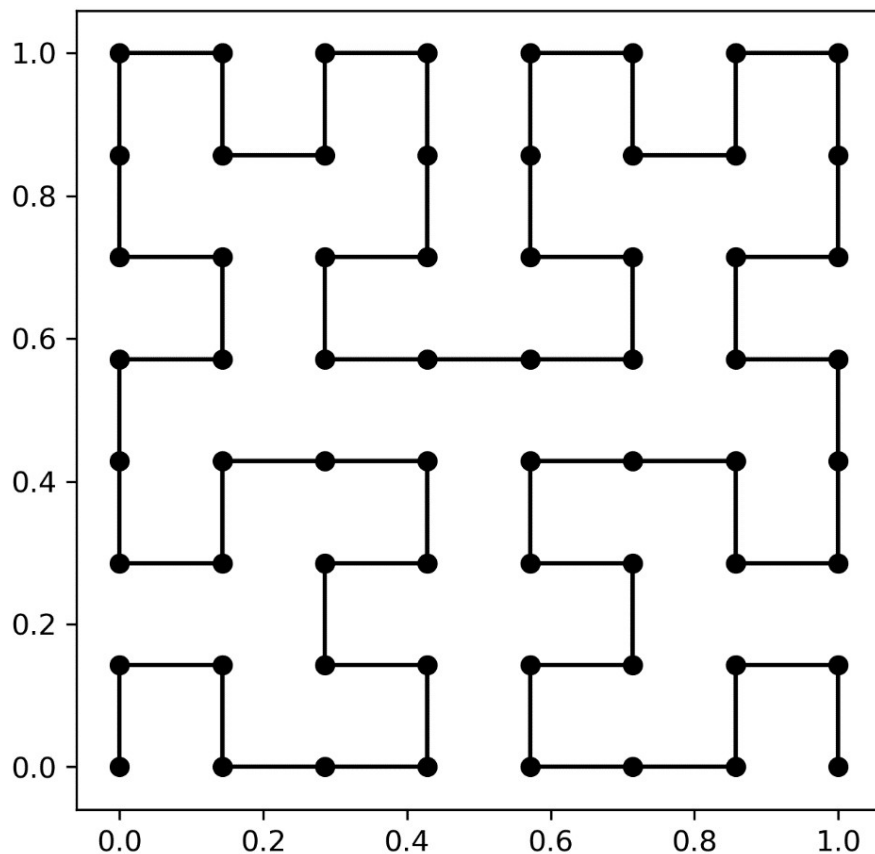
Проблема вычислительной сложности обработки многомерных данных



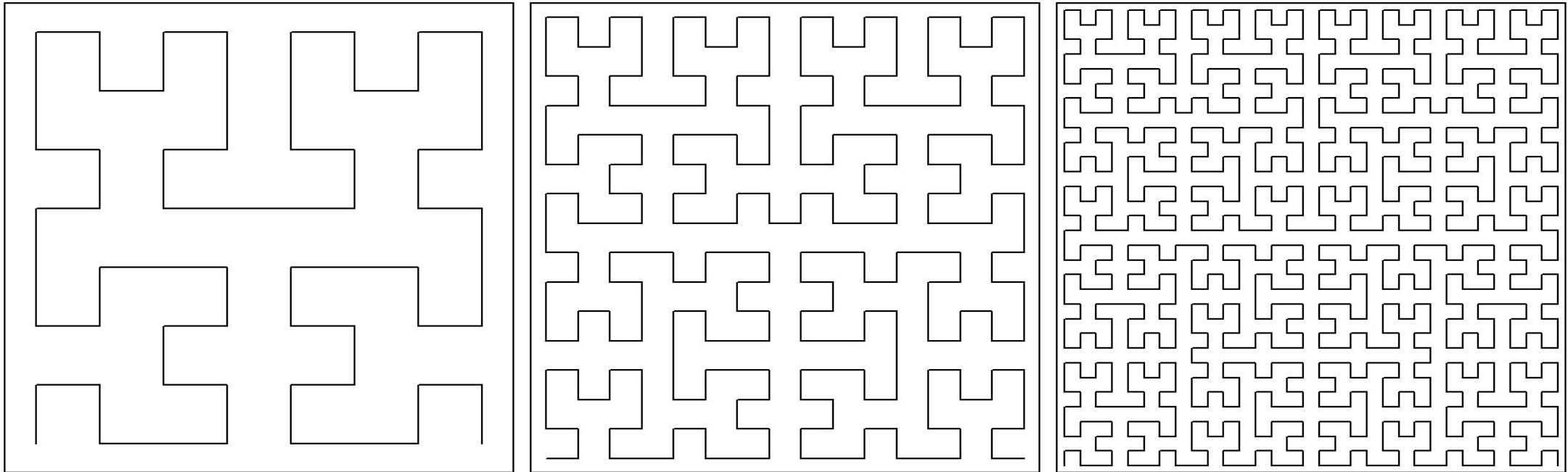
$$\varphi(y^*) = \min \{ \varphi(y): y \in D \} = \min \{ \varphi(y(x)): x \in [0, 1] \}$$

Редукция размерности...

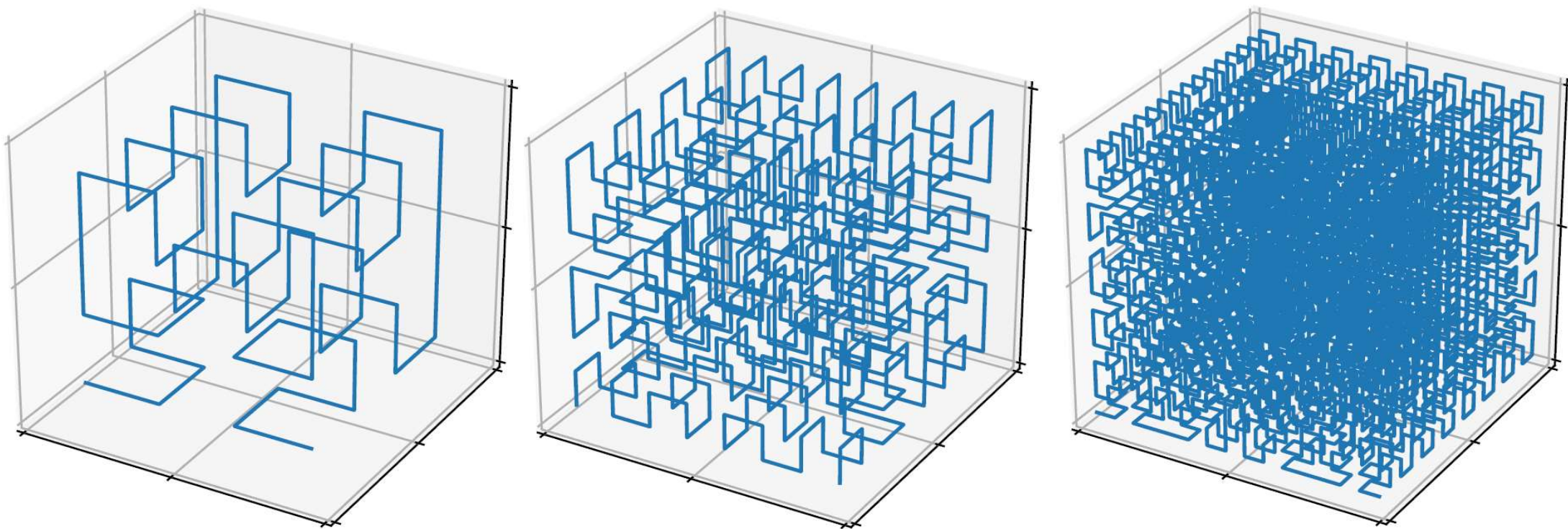
Пример отображения (схема Гильберта):



Редукция размерности...



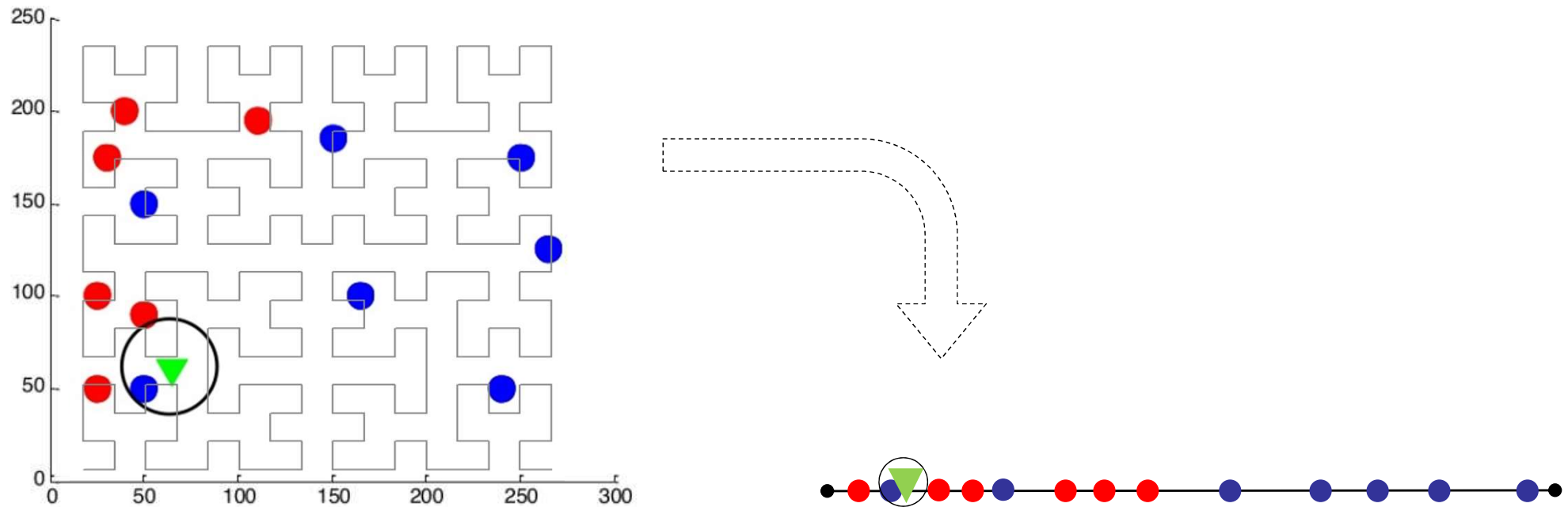
Редукция размерности



Разработаны численные методы для построения аппроксимаций кривых Пеано (*разверток*) с заданной точностью для заданной размерности.

Новый подход для поиска ближайших соседей

Метод ближайшего соседа (k ближайших соседей)



Контакты

Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского (www.unn.ru)

Институт информационных технологий, математики и
механики (www.itmm.unn.ru)

603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23,
р.т.: (831) 462-33-56,

Гергель Виктор Павлович
gergel@unn.ru

Баркалов Константин Александрович
konstantin.barkalov@itmm.unn.ru

